

12 Nisan 2014, Cumartesi

**Problem 1.** Bir üçgenin kenar uzunlukları olan tüm  $a, b, c$  gerçel sayıları için,  $a^2 + bct$ ,  $b^2 + cat$ ,  $c^2 + abt$  nin de bir üçgenin kenar uzunlukları olmasını sağlayan bütün  $t$  gerçel sayılarını belirleyiniz.

**Problem 2.** Bir  $ABC$  üçgeninin sırasıyla  $AB$  ve  $AC$  kenarları üzerinde bulunan ve köşelerden farklı  $D$  ve  $E$  noktaları,  $DB = BC = CE$  koşulunu sağlıyor.  $CD$  ve  $BE$  doğruları  $F$  noktasında kesişiyor.  $ABC$  üçgeninin iç teğet çemberinin merkezi  $I$ ,  $DEF$  üçgeninin diklik merkezi  $H$ , ve  $ABC$  üçgeninin çevrel çemberinin  $BAC$  yayının orta noktası  $M$  olmak üzere,  $I, H$  ve  $M$  noktalarının doğrudan olduklarını kanıtlayınız.

**Problem 3.**  $m$  pozitif tam sayısının pozitif bölenlerinin sayısını  $d(m)$  ile, farklı asal bölenlerinin sayısını ise  $\omega(m)$  ile gösterelim.  $k$  bir pozitif tam sayı olsun.  $a + b = n$  koşulunu sağlayan tüm  $a, b$  pozitif tam sayıları için,  $d(n)$  nin  $d(a^2 + b^2)$  yi bölmemesini sağlayan ve  $\omega(n) = k$  olan sonsuz çoklukta  $n$  pozitif tam sayısının bulunduğunu kanıtlayınız.