

Суббота, 12 апреля, 2014

Задача 1. Найдите все действительные значения t такие, что из того, что числа a, b, c являются длинами сторон некоторого треугольника, следует, что и числа $a^2 + bct, b^2 + cat, c^2 + abt$ тоже являются длинами сторон некоторого треугольника.

Задача 2. На сторонах AB и AC треугольника ABC отметили точки D и E , соответственно, такие, что $DB = BC = CE$. Прямые CD и BE пересекаются в точке F . Пусть I – центр вписанной окружности треугольника ABC , H – ортоцентр треугольника DEF , а M – середина дуги BAC описанной окружности треугольника ABC . Докажите, что точки I, H, M лежат на одной прямой.

Задача 3. Для натурального числа m обозначим через $d(m)$ количество всех его натуральных делителей, а через $\omega(m)$ – количество его различных простых делителей. Пусть k – натуральное число. Докажите, что существует бесконечно много натуральных чисел n таких, что $\omega(n) = k$, и $d(n)$ не делит $d(a^2 + b^2)$ ни при каких натуральных a, b , удовлетворяющих условию $a + b = n$.