

Sâmbătă, 12 aprilie 2014

**Problema 1.** Determinați constantele reale  $t$  pentru care, oricând  $a, b, c$  sunt lungimile laturilor unui triunghi nedegenerat, atunci și  $a^2 + bct$ ,  $b^2 + cat$ ,  $c^2 + abt$  sunt lungimi ale laturilor unui triunghi nedegenerat.

**Problema 2.** Fie  $D$  și  $E$  puncte interioare laturilor  $AB$ , respectiv  $AC$ , ale unui triunghi  $ABC$ , astfel încât  $DB = BC = CE$ . Dreptele  $CD$  și  $BE$  se intersectează în punctul  $F$ . Demonstrați că centrul  $I$  al cercului înscris în triunghiul  $ABC$ , ortocentrul  $H$  al triunghiului  $DEF$  și mijlocul  $M$  al arcului  $BAC$  al cercului circumscris triunghiului  $ABC$  sunt coliniare.

**Problema 3.** Notăm cu  $d(m)$  numărul divizorilor pozitivi ai unui număr natural nenul  $m$ , și notăm cu  $\omega(m)$  numărul divizorilor pozitivi primi distincți ai lui  $m$ . Fie acum  $k$  un număr natural nenul. Demonstrați că există infinit de multe numere naturale nenule  $n$  astfel încât  $\omega(n) = k$  și  $d(n)$  nu divide pe  $d(a^2 + b^2)$  pentru nicio pereche de numere naturale nenule  $a, b$  care satisfac  $a + b = n$ .