

السبت 12 أبريل 2014

السؤال الأول

لتكن a, b, c أطوال أضلاع مثلث ما. حددي جميع القيم الممكنة للعدد الحقيقي t بحيث تكون $a^2 + bct$ ، $b^2 + cat$ ، $c^2 + abt$ هي كذلك أطوال أضلاع مثلث.

السؤال الثاني

في مثلث معطي ABC ، لتكن D نقطة داخلية على الضلع AB و E نقطة داخلية على الضلع AC بحيث أن $DB = BC = CE$ ، ولتكن F نقطة تلاقي المستقيمين CD و BE . كذلك ، لتكن I نقطة تقاطع منصفات زوايا المثلث (incentre) للمثلث ABC و لتكن H مركز الارتفاعات (orthocentre) للمثلث DEF ، و لتكن M نقطة المنتصف (midpoint) للقوس BAC من الدائرة المحيطة (circumcircle) للمثلث ABC . أثبتني أن M, H, I تقع على استقامة واحدة.

السؤال الثالث

للعدد الصحيح الموجب m ، نرمز بـ $d(m)$ لعدد القواسم الموجبة لـ m ونرمز بـ $\omega(m)$ لعدد القواسم المختلفة الأولية لـ m . ليكن k عدد صحيح موجب. أثبتني أن هناك عدد لا نهائي من الأعداد الصحيحة الموجبة n بحيث أن $\omega(n) = k$ و $d(a^2 + b^2)$ لا تقبل القسمة على $d(n)$ لأي عددين صحيحين موجبين a, b يحققان $a + b = n$.

Language: Arabic

الزمن: أربع ساعات ونصف
الدرجة العظمى لكل سؤال هي 7 درجات