

Language: Farsi

EGMO 2013

Day: 1

چهارشنبه، ۲۱ فروردین ۱۳۹۲

مساله ی ۱: ضلع BC از مثلث ABC را از طرف C تا D امتداد می دهیم به طوری که $CD=BC$. ضلع CA را از طرف A تا E امتداد می دهیم به طوری که $AE=2CA$. ثابت کنید اگر $AD=BE$ ، آن گاه مثلث ABC قائم الزاویه است.

مساله ی ۲: تمامی اعداد صحیح m را تعیین کنید که به ازای آن ها، مربع $m \times m$ به پنج مستطیل که طول های اضلاع آن ها ترتیبی از اعداد صحیح $1, 2, 3, \dots, 10$ هستند، قابل تقسیم باشد.

مساله ی ۳: n را عدد صحیح مثبتی در نظر بگیرید.

(الف) ثابت کنید مجموعه ی S ای متشکل از $6n$ عدد صحیح مثبت دو به دو متمایز وجود دارد، به طوری که کوچک ترین مضرب مشترک هر دو عضو S بزرگ تر از $32n^2$ نیست.

(ب) ثابت کنید هر مجموعه ی T متشکل از $6n$ عدد صحیح مثبت دو به دو متمایز، شامل دو عضو با کوچک ترین مضرب مشترک بزرگ تر از $9n^2$ است.

Language: Farsi

زمان: ۴ ساعت و ۳۰ دقیقه

هر مساله ۷ امتیاز ارزش دارد.