

Language: Swedish

Day: 2



EGMO 2013

European Girls' Mathematical Olympiad

*Torsdag, den 11 april, 2013*

**Problem 4.** Finn alla positiva heltal  $a$  och  $b$  för vilka det finns tre på varandra följande heltal  $i$  vilka polynomet

$$P(n) = \frac{n^5 + a}{b}$$

antar heltalsvärden.

**Problem 5.** Låt  $\Omega$  vara den omskrivna cirkeln till triangeln  $ABC$ . Cirkeln  $\omega$  tangerar sidorna  $AC$  och  $BC$ , och den tangerar insidan av cirkeln  $\Omega$  i punkten  $P$ . En linje som är parallell med  $AB$ , och skär det inre av triangeln  $ABC$ , tangerar  $\omega$  i  $Q$ .

Bevisa att  $\angle ACP = \angle QCB$ .

**Problem 6.** Snövit och de sju dvärgarna bor i deras hus i skogen. Varje dag, under 16 på varandra följande dagar, arbetade några av dvärgarna i diamantgruvan medan de övriga dvärgarna samlade bär i skogen. Ingen dvärg utförde båda typer av arbete på samma dag. Oavsett vilka två olika (ej nödvändigtvis på varandra följande) dagar man tar, så finns det åtminstone tre dvärgar som var och en utförde båda typer av arbete på dessa två dagar. Vidare, på den första dagen arbetade samtliga sju dvärgar i diamantgruvan. Bevisa att på en av de här 16 dagarna samlade samtliga sju dvärgar bär.