

Language: Russian

Day: 2



EGMO 2013

European Girls' Mathematical Olympiad

Четверг, 11 апреля 2013

Задача 4. Найдите все пары натуральных чисел a и b , для которых найдутся три последовательных целых числа, при которых многочлен

$$P(n) = \frac{n^5 + a}{b}$$

принимает целые значения.

Задача 5. Пусть Ω - описанная окружность треугольника ABC . Окружность ω касается сторон AC , BC , а также касается внутренним образом окружности Ω в точке P . Прямая, параллельная AB пересекает стороны треугольника ABC и касается ω в точке Q .

Докажите, что $\angle ACP = \angle QCB$.

Задача 6. Белоснежка и семь гномов живут в своем домике в лесу. В течение каждого из 16 последовательных дней некоторые гномы работали на алмазной шахте, в то время как остальные собирали грибы. Каждый гном выполнял только один вид работы в течение всего дня. Известно, что какие бы два дня ни выбрать, найдутся хотя бы три гнома, которые в эти два дня выполняли оба вида работы. Кроме того, в первый день все семь гномов работали на шахте.

Докажите, что в один из этих 16 дней все гномы ходили за грибами.

Language: Русский

Время работы: 4 часа 30 минут
Каждая задача оценивается в 7 баллов