

Language: Romanian

Day: 2



EGMO 2013

European Girls' Mathematical Olympiad

Joi, 11 aprilie 2013

Problema 4. Găsiți toate perechile de numere întregi strict pozitive a și b pentru care există trei numere întregi consecutive în care polinomul

$$P(n) = \frac{n^5 + a}{b}$$

ia valori întregi.

Problema 5. Fie Ω cercul circumscris triunghiului ABC . Cercul ω este tangent laturilor AC și BC , și este tangent interior cercului Ω în punctul P . Dreapta ℓ este paralelă la AB , intersectează interiorul triunghiului ABC și este tangentă la cercul ω în punctul Q .

Demonstrați că $\angle ACP = \angle QCB$.

Problema 6. Albă-ca-Zăpada și cei Șapte Pitici locuiesc în căsuța lor din pădure. În fiecare din 16 zile consecutive, unii dintre pitici muncesc în mina de diamante, în timp ce ceilalți merg la cules mure. Niciun pitic nu face ambele munci într-o aceeași zi. În oricare două zile diferite (nu necesar consecutive), cel puțin trei pitici au făcut fiecare ambele tipuri de muncă. Mai mult, în prima zi, toți cei șapte pitici au muncit în mina de diamante.

Demonstrați că, în una dintre aceste 16 zile, toți cei șapte pitici au fost la cules mure.