

Language: Polish

Day: 2



EGMO 2013

European Girls' Mathematical Olympiad

Czwartek, 11 kwietnia 2013 r.

Zadanie 4. Wyznaczyć wszystkie dodatnie liczby całkowite a i b o tej własności, że istnieją trzy kolejne liczby całkowite, w których wielomian

$$P(n) = \frac{n^5 + a}{b}$$

przyjmuje całkowite wartości.

Zadanie 5. Niech Ω będzie okręgiem opisanym na trójkącie ABC . Okrąg ω jest styczny do boków AC i BC oraz styczny wewnętrznie do okręgu Ω w punkcie P . Prosta równoległa do prostej AB i przecinająca wewnątrz trójkąta ABC jest styczna do okręgu ω w punkcie Q .

Udowodnić, że $\angle ACP = \angle QCB$.

Zadanie 6. Królewna Śnieżka i siedmiu krasnoludków mieszkają w swoim domku w lesie. Każdego spośród 16 kolejnych dni niektóre krasnoludki pracowały w kopalni diamentów, a pozostałe zbierały jagody w lesie. Żaden krasnoludek nie wykonywał obu tych prac jednego dnia. W każde dwa różne (niekoniecznie kolejne) dni co najmniej trzy krasnoludki wykonywały oba rodzaje prac. Ponadto pierwszego dnia każdy z siedmiu krasnoludków pracował w kopalni diamentów.

Udowodnić, że pewnego spośród tych 16 dni każdy z siedmiu krasnoludków zbierał jagody.