

Language: **French**

Day: **2**



EGMO 2013

European Girls' Mathematical Olympiad

Jeudi, 11 avril 2013

Problème 4. Trouver tous les nombres naturels strictement positifs a et b satisfaisant la propriété suivante: il existe trois entiers consécutifs en lesquels la valeur du polynôme

$$P(n) = \frac{n^5 + a}{b}$$

est entière.

Problème 5. Soit ABC un triangle dont Ω est le cercle circonscrit. Un cercle ω tangent aux côtés $[AC]$ et $[BC]$ est intérieurement tangent à Ω au point P . Une droite parallèle à AB et intersectant l'intérieur du triangle ABC est tangente à ω au point Q .

Prouver que $\widehat{ACP} = \widehat{QCB}$.

Problème 6. Blanche-Neige et les sept nains vivent dans leur chaumière dans la forêt. Chaque jour durant seize jours consécutifs, chaque nain a décidé d'aller soit cueillir des baies dans la forêt, soit travailler dans la mine de diamants. Pour toute paire de jours différents (pas nécessairement consécutifs), au moins trois nains ont chacun effectué les deux sortes de travail pendant ces deux jours. Le premier jour, les sept nains ont tous travaillé dans la mine.

Prouver que, parmi ces seize jours, il en existe un lors duquel tous les nains ont cueilli des baies.