

Language: Bulgarian

Day: 2



EGMO 2013

European Girls' Mathematical Olympiad

Четвъртък, 11 Април, 2013

Задача 4. Да се намерят всички естествени числа a и b , за които съществуват три последователни цели числа, за всяко от които стойността на полинома

$$P(n) = \frac{n^5 + a}{b}$$

е цяло число.

Задача 5. Да означим с Ω описаната окръжност около триъгълник ABC . Окръжност ω се допира до страните AC и BC и се допира вътрешно до Ω в точката P . Права, която пресича вътрешността на триъгълника ABC и е успоредна на AB , се допира до ω в точка Q .

Да се докаже, че $\angle ACP = \angle QCB$.

Задача 6. Снежанка и седемте джуджета живеят в къща в гората. През всеки един от 16 последователни дни някои от джуджетата работели в диамантената мина, а останалите събирали плодове в гората. Всеки ден всяко джудже или работело в мината или събирало плодове. За произволни два дена (не непременно последователни) съществуват поне три джуджета, всяко от които през тези два дена работело и на двете места. През първият ден всички джуджета работели в мината. Да се докаже, че през някой от тези 16 дни всички джуджета са събирали плодове.