

Language: **Ukrainian**

Day: **1**



**EGMO 2013**

European Girls' Mathematical Olympiad

Середа, 10 квітня, 2013

Задача 1. На продовженні сторони  $BC$  трикутника  $ABC$  за точку  $C$  відмітили точку  $D$  так, що  $CD = BC$ , а на продовженні сторони  $CA$  за точку  $A$  відмітили точку  $E$  так, що  $AE = 2CA$ . Доведіть, що якщо  $AD = BE$ , то трикутник  $ABC$  є прямокутним.

Задача 2. Знайдіть всі цілі числа  $m$ , для яких квадрат  $m \times m$  може бути розрізаний на 5 прямокутників, довжинами сторін яких є числа  $1, 2, 3, \dots, 10$ , що взяті у деякому порядку.

Задача 3. Нехай  $n$  — натуральне число.

- (a) Доведіть, що існує множина  $S$ , що складається з  $6n$  попарно різних натуральних чисел, причому найменше спільне кратне довільних двох елементів множини  $S$  не перевищує  $32n^2$ .
- (b) Доведіть, що у довільній множині  $T$ , що складається з  $6n$  попарно різних натуральних чисел, знайдуться два елементи, найменше спільне кратне яких більше за  $9n^2$ .