

Language: Turkish

Day: 1



EGMO 2013

European Girls' Mathematical Olympiad

10 Nisan 2013 Çarşamba

Soru 1. Bir ABC üçgeninin $[BC]$ kenarı, $|CD| = |BC|$ olacak biçimde C noktasının ötesindeki bir D noktasına uzatılıyor. $[CA]$ kenarı ise, $|AE| = 2|CA|$ olacak biçimde A noktasının ötesindeki bir E noktasına uzatılıyor.

$|AD| = |BE|$ ise, ABC nin bir dik üçgen olduğunu kanıtlayınız.

Soru 2. $m \times m$ boyutlarındaki bir karenin, kenar uzunlukları herhangi bir sırada $1, 2, 3, \dots, 10$ birim olan beş dikdörtgene ayrılmasını olanaklı kılan tüm m pozitif tam sayılarını belirleyiniz.

Soru 3. n pozitif bir tam sayı olsun.

- (a) Herhangi ikisinin en küçük ortak katı $32n^2$ yi aşmayan ve birbirinden farklı olan $6n$ tane pozitif tam sayıdan oluşan bir S kümesinin bulunduğunu kanıtlayınız.
- (b) Birbirinden farklı olan $6n$ tane pozitif tam sayıdan oluşan her T kümesinin, en küçük ortak katı $9n^2$ den büyük olan bir pozitif tam sayı çifti içerdiğini kanıtlayınız.