

Language: Swedish

Day: 1



EGMO 2013

European Girls' Mathematical Olympiad

Onsdag, den 10 april, 2013

Problem 1. Sidan BC i en triangel ABC förlängs bortom C till D så att $CD = BC$. Sidan CA förlängs bortom A till E så att $AE = 2CA$.

Bevisa att, om $AD = BE$, så är triangeln ABC rätvinklig.

Problem 2. Bestäm alla heltal m för vilka $m \times m$ -kvadraten kan klippas isär till fem rektanglar, vilkas sidlängder är heltalen $1, 2, 3, \dots, 10$ i någon ordning.

Problem 3. Låt n vara ett positivt heltal.

- (a) Bevisa att det existerar en mängd S bestående av $6n$ olika positiva heltal, så att oavsett vilka två tal man tar från S så är den minsta gemensamma multipeln av dessa två tal inte större än $32n^2$.
- (b) Bevisa att varje mängd T bestående av $6n$ olika positiva heltal innehåller två tal vars minsta gemensamma multipel är större än $9n^2$.