

Language: **Slovenian**

Day: **1**



EGMO 2013

European Girls' Mathematical Olympiad

Sreda, 10 april, 2013

Naloga 1. Stranico BC trikotnika ABC podaljšamo preko C do take točke D , da velja $|CD| = |BC|$. Stranico CA podaljšamo preko A do take točke E , da velja $|AE| = 2|CA|$.

Če velja $|AD| = |BE|$, dokaži, da je ABC pravokotni trikotnik.

Naloga 2. Poišči vsa naravna števila m , da lahko kvadrat velikosti $m \times m$ razdelimo na pet pravokotnikov, katerih dolžine stranic so števila $1, 2, 3, \dots, 10$ v nekem vrstnem redu.

Naloga 3. Naj bo n naravno število.

- (a) Dokaži, da obstaja množica S , ki vsebuje $6n$ paroma različnih naravnih števil, najmanjši skupni večkratnik poljubnih dveh števil iz S pa je manjši ali enak $32n^2$.
- (b) Dokaži, da v poljubni množici T , ki vsebuje $6n$ paroma različnih naravnih števil, obstajata dve števili, katerih najmanjši skupni večkratnik je večji od $9n^2$.