

Language: Russian

Day: 1



EGMO 2013

European Girls' Mathematical Olympiad

Среда, 10 апреля 2013

Задача 1. На продолжении стороны BC треугольника ABC за точку C отметили точку D такую, что $CD = BC$, а на продолжении стороны CA за точку A отметили точку E такую, что $AE = 2CA$.

Докажите, что если $AD = BE$, то треугольник ABC прямоугольный.

Задача 2. Найдите все натуральные числа m такие, что квадрат $m \times m$ можно разрезать на пять прямоугольников со сторонами, равными $1, 2, 3, \dots, 10$, взятыми в некотором порядке.

Задача 3. Пусть n натуральное число.

- (a) Докажите, что существует множество S , состоящее из $6n$ попарно различных натуральных чисел такое, что наименьшее общее кратное любых двух чисел из S не превосходит $32n^2$.
- (b) Докажите, что в любом множестве T , состоящем из $6n$ попарно различных натуральных чисел найдутся такие два числа, что их наименьшее общее кратное больше, чем $9n^2$.

Language: Русский

Время работы: 4 часа 30 минут
Каждая задача оценивается в 7 баллов