

Language: Romanian

Day: 1



EGMO 2013

European Girls' Mathematical Olympiad

Miercuri, 10 aprilie 2013

Problema 1. Latura BC a triunghiului ABC este prelungită dincolo de C până în D , astfel ca $CD = BC$. Latura CA este prelungită dincolo de A până în E , astfel ca $AE = 2CA$.

Demonstrați că, dacă $AD = BE$, atunci triunghiul ABC este dreptunghic.

Problema 2. Determinați toate numerele întregi m pentru care un pătrat de dimensiuni $m \times m$ poate fi partiționat în cinci dreptunghiuri, ale căror laturi au lungimile $1, 2, 3, \dots, 10$ într-o ordine anume.

Problema 3. Fie n un număr întreg strict pozitiv.

- (a) Arătați că există o mulțime S formată din $6n$ numere întregi strict pozitive, două câte două distincte, astfel încât cel mai mic multiplu comun al oricăror două dintre elementele lui S este mai mic sau egal cu $32n^2$.
- (b) Demonstrați că orice mulțime T formată din $6n$ numere întregi strict pozitive, două câte două distincte, conține două elemente al căror cel mai mic multiplu comun este mai mare decât $9n^2$.