

Language: Polish

Day: 1



EGMO 2013

European Girls' Mathematical Olympiad

*Środa, 10 kwietnia 2013 r.*

**Zadanie 1.** Bok  $BC$  trójkąta  $ABC$  przedłużono poza punkt  $C$ , otrzymując taki punkt  $D$ , że  $CD = BC$ . Bok  $CA$  przedłużono poza punkt  $A$ , uzyskując taki punkt  $E$ , że  $AE = 2CA$ .

Wykazać, że jeśli  $AD = BE$ , to trójkąt  $ABC$  jest prostokątny.

**Zadanie 2.** Wyznaczyć wszystkie liczby całkowite  $m$ , dla których kwadrat  $m \times m$  można rozciąć na pięć prostokątów o bokach będących liczbami  $1, 2, 3, \dots, 10$  w pewnym porządku.

**Zadanie 3.** Niech  $n$  będzie dodatnią liczbą całkowitą.

- (a) Dowieść, że istnieje taki zbiór  $S$  złożony z  $6n$  parami różnych dodatnich liczb całkowitych, że najmniejsza wspólna wielokrotność dowolnych dwóch elementów tego zbioru nie przekracza  $32n^2$ .
- (b) Dowieść, że każdy zbiór  $T$  złożony z  $6n$  parami różnych dodatnich liczb całkowitych zawiera dwa elementy, których najmniejsza wspólna wielokrotność jest większa od  $9n^2$ .