

Language: **Latvian**

Day: **1**



**EGMO 2013**

European Girls' Mathematical Olympiad

Trešdien, 2013. gada 10. aprīlī.

1. uzdevums. Trijstūra  $ABC$  mala  $BC$  ir pagarināta no punkta  $C$  līdz punktam  $D$  tā, ka  $CD = BC$ . Mala  $CA$  ir pagarināta no punkta  $A$  līdz punktam  $E$  tā, ka  $AE = 2CA$ . Pierādiet, ka, ja  $AD = BE$ , tad trijstūris  $ABC$  ir taisnleņķa.

2. uzdevums. Atrodiet visus naturālos skaitļus  $m$ , tādus, ka kvadrātu  $m \times m$  var sagriezt piecos taisnstūros, tā, lai šo taisnstūru malu garumi būtu veseli skaitļi  $1, 2, 3, \dots, 10$  patvaļīgā secībā.

3. uzdevums. Dots naturāls skaitlis  $n$ .

- (a) Pierādiet, ka eksitē kopa  $S$ , kas sastāv no  $6n$  atšķirīgiem naturāliem skaitļiem, tāda, ka mazākais kopīgais dalāmais, jebkuriem diviem atšķirīgiem šīs kopas elementiem nav lielāks par  $32n^2$ .
- (b) Pierādiet, ka jebkura kopa  $T$ , kas sastāv no  $6n$  savstarpēji atšķirīgiem naturāliem skaitļiem, satur divus tādus elementus, ka to mazākais kopīgais dalāmais ir lielāks par  $9n^2$ .