

Language: **French**

Day: **1**



**EGMO 2013**

European Girls' Mathematical Olympiad

*Mercredi, 10 avril 2013*

**Problème 1.** Le côté  $[BC]$  du triangle  $ABC$  est prolongé au-delà du point  $C$  jusqu'au point  $D$  de façon à ce que  $|CD| = |BC|$ . Le côté  $[CA]$  est prolongé au-delà du point  $A$  jusqu'au point  $E$  de façon à ce que  $|AE| = 2|CA|$ .

Montrer que, si  $|AD| = |BE|$ , alors le triangle  $ABC$  est rectangle.

**Problème 2.** Déterminer tous les nombres naturels  $m$  tels qu'un carré de taille  $m \times m$  peut être découpé en cinq rectangles dont les mesures des côtés sont exactement les entiers  $1, 2, 3, \dots, 10$  dans un certain ordre.

**Problème 3.** Soit  $n$  un nombre entier strictement positif.

- (a) Montrer qu'il existe un ensemble  $S$  de  $6n$  nombres naturels strictement positifs et deux à deux distincts tel que le plus petit commun multiple de deux éléments quelconques de  $S$  ne dépasse jamais  $32n^2$ .
- (b) Montrer que tout ensemble  $T$  de  $6n$  nombres naturels strictement positifs et deux à deux distincts contient deux éléments dont le plus petit commun multiple est strictement plus grand que  $9n^2$ .