

Language: **Finnish**

Day: **1**



EGMO 2013

European Girls' Mathematical Olympiad

Keskiviikko 10. huhtikuuta 2013

Tehtävä 1. Kolmion ABC sivua BC jatketaan pisteen C toiselle puolelle sellaiseen pisteeseen D saakka, jolle $CD = BC$. Sivua CA jatketaan pisteen A toiselle puolelle sellaiseen pisteeseen E saakka, jolle $AE = 2CA$.

Osoita, että jos $AD = BE$, niin kolmio ABC on suorakulmainen.

Tehtävä 2. Etsi kaikki kokonaisluvut m , joilla $m \times m$ -neliön voi pilkkoa viideksi suorakaiteeksi, joiden sivujen pituudet ovat kokonaisluvut $1, 2, \dots, 10$ jossakin järjestyksessä.

Tehtävä 3. Olkoon n positiivinen kokonaisluku.

- (a) Osoita, että on olemassa $6n$ pareittain erisuuren positiivisen kokonaisluvun joukko S , jonka minkä tahansa kahden alkion pienin yhteinen jaettava on enintään $32n^2$.
- (b) Osoita, että jokaisesta $6n$ pareittain erisuuren positiivisen kokonaisluvun joukosta T löytyy kaksi alkioita, joiden pienin yhteinen jaettava on suurempi kuin $9n^2$.