

Language: Dutch

Day: 1



EGMO 2013

European Girls' Mathematical Olympiad

woensdag 10 april 2013

Opgave 1. Gegeven is een driehoek ABC . Op het verlengde van zijde BC , aan de kant van C , ligt een punt D zodat $|CD| = |BC|$. Op het verlengde van zijde CA , aan de kant van A , ligt een punt E zodat $|AE| = 2|CA|$.

Veronderstel dat $|AD| = |BE|$. Bewijs dat driehoek ABC rechthoekig is.

Opgave 2. Bepaal alle gehele getallen m waarvoor een $m \times m$ -vierkant opgedeeld kan worden in vijf rechthoeken, waarbij de lengtes van de zijden van de rechthoeken gelijk zijn aan de gehele getallen $1, 2, 3, \dots, 10$ in een of andere volgorde.

Opgave 3. Zij n een positief geheel getal.

- (a) Bewijs dat er een verzameling S van $6n$ verschillende positieve gehele getallen bestaat, zodat van elke twee elementen uit S het kleinste gemene veelvoud niet groter is dan $32n^2$.
- (b) Bewijs dat elke verzameling T van $6n$ verschillende positieve gehele getallen twee elementen bevat waarvan het kleinste gemene veelvoud groter is dan $9n^2$.