Language: **Uzbek**

Day: **2**

2026-yil, 12-aprel, Yakshanba

4-Masala. $1 = a_1 \geq a_2 \geq a_3 \geq \cdots$ haqiqiy sonlarning cheksiz ketma-ketligi bo'lib, barcha natural n lar uchun $a_n = a_{2n} + a_{2n+1}$ bo'lsin. $r = 2026^{2026}$ uchun

$$\frac{1}{r} \leq a_r \leq \frac{2}{r+1}$$

ekanligini isbotlang.

5-Masala. O'tkir burchakli ABC uchburchakda $AC > AB$ bo'lsin. Unga tashqi chizilgan aylanani ω orqali, tashqi chizilgan aylananing markazini esa O orqali belgilaymiz. B va C nuqtalardan ω ga o'tkazilgan urinmalar K nuqtada kesishsin. ABK uchburchakka tashqi chizilgan aylana BC to'g'ri chiziqni ikkinchi marta $Z \neq B$ nuqtada kesadi. L nuqta KZ kesmaning o'rtasi bo'lsin. KZ va AB to'g'ri chiziqlar X nuqtada kesishadi. ABL uchburchakka tashqi chizilgan aylanada BC ning A nuqta yotgan tarafida yotuvchi V nuqta shunday olinganki, bunda OV to'g'ri chiziq KZ to'g'ri chiziqqa perpendikulyar bo'ladi (bunday V nuqta yagona). LV va CX to'g'ri chiziqlarning perpendikulyar ekanligini isbotlang.

6-Masala. p tub son va n natural son bo'lib, n soni p ga **bo'linmaydi**. n ning musbat bo'luvchilari sonini k orqali, n ning musbat bo'luvchilarini esa $1 = d_1 < d_2 < \ldots < d_k = n$ lar orqali belgilaymiz. $i = 1, 2, \ldots, k$ lar uchun c_i orqali shunday natural ℓ larning soni belgilanganki, bunda ℓ soni d_i^2 ning bo'luvchisi bo'lib, $d_i - \ell$ soni p ga bo'linadi. Isbotlang:

$$(p-1)(c_1 + c_2 + \cdots + c_k) \geq k^2.$$

Vaqt: 4 soat va 30 daqiqa
Har bir masala 7 balldan baholanadi