Language: **Turkish**

Day: 2

Pazar, 12 Nisan 2026

Soru 4. Bir $1 = a_1 \geq a_2 \geq a_3 \geq \cdots$ sonsuz gerçel sayı dizisinde her n pozitif tam sayısı için $a_n = a_{2n} + a_{2n+1}$ koşulu sağlanıyor. $r = 2026^{2026}$ olmak üzere,

$$\frac{1}{r} \leq a_r \leq \frac{2}{r+1}$$

olduğunu gösteriniz.

Soru 5. Dar açılı bir ABC üçgeninde $|AC| > |AB|$ olsun. Bu üçgenin çevrel çemberi ω ve bu çemberin merkezi O olsun. ω çemberine B ve C noktalarında teğet olan doğruların kesişim noktası K olsun. ABK üçgeninin çevrel çemberinin BC doğrusu ile ikinci kesişim noktası $Z \neq B$ olsun. $[KZ]$ doğru parçasının orta noktası L olsun. KZ ve AB doğrularının kesişim noktası X olsun. V noktası ABL üçgeninin çevrel çemberi üzerinde olup, BC doğrusuna göre A ile aynı tarafta yer alan öyle bir noktadır ki, OV ve KZ doğruları birbirine diktir. LV ve CX doğrularının birbirine dik olduğunu gösteriniz.

Soru 6. p bir asal sayı olmak üzere, n sayısı p ile **bölünmeyen** bir pozitif tam sayı olsun. n sayısının pozitif tam bölenlerinin sayısı k olmak üzere, bu pozitif bölenler $1 = d_1 < d_2 < \cdots < d_k = n$ olsun. Her $i = 1, 2, \ldots, k$ için c_i sayısı, d_i^2 sayısının öyle ℓ pozitif tam bölenlerinin sayısı olsun ki, $d_i - \ell$ sayısı p ile bölünsün. Buna göre,

$$(p-1)(c_1 + c_2 + \cdots + c_k) \geq k^2$$

olduğunu gösteriniz.

Süre: 4 saat 30 dakikadır.
Her soru 7 puan değerindedir.