



Language: **Slovenian**

Day: **2**

nedelja, 12. april 2026

**Naloga 4.** Naj bo  $1 = a_1 \geq a_2 \geq a_3 \geq \dots$  neskončno zaporedje realnih števil, za katero velja  $a_n = a_{2n} + a_{2n+1}$  za vsa naravna števila  $n$ . Za  $r = 2026^{2026}$  dokaži, da je

$$\frac{1}{r} \leq a_r \leq \frac{2}{r+1}.$$

**Naloga 5.** Naj bo  $ABC$  ostrokotni trikotnik z dolžinami stranic  $|AC| > |AB|$ . Naj bo  $\omega$  njegova očrtana krožnica in  $O$  njeno središče. Naj bo  $K$  presečišče tangente na krožnico  $\omega$  v točkah  $B$  in  $C$ . Očrtana krožnica trikotnika  $ABK$  premico  $BC$  drugič seka v točki  $Z \neq B$ . Naj bo  $L$  razpolovišče daljice  $KZ$ . Naj bo  $X$  presečišče premic  $KZ$  in  $AB$ . Naj bo  $V$  tista točka na očrtani krožnici trikotnika  $ABL$  na istem bregu premice  $BC$  kot točka  $A$ , za katero sta premici  $OV$  in  $KZ$  pravokotni. Dokaži, da sta premici  $LV$  in  $CX$  pravokotni.

**Naloga 6.** Naj bo  $p$  praštevilo in naj bo  $n$  tako naravno število, da  $p$  **ne** deli  $n$ . S  $k$  označimo število pozitivnih deliteljev števila  $n$  in z  $1 = d_1 < d_2 < \dots < d_k = n$  označimo pozitivne delitelje števila  $n$ . Za  $i = 1, 2, \dots, k$  naj bo  $c_i$  število pozitivnih deliteljev  $\ell$  števila  $d_i^2$ , za katere je  $d_i - \ell$  deljivo s  $p$ . Dokaži, da je

$$(p-1)(c_1 + c_2 + \dots + c_k) \geq k^2.$$