Language: **Macedonian**

Day: **2**

Недела, 12 Април, 2026

Задача 4. Бесконечна низа од реални броеви $1 = a_1 \geq a_2 \geq a_3 \geq \cdots$ ја задоволува релацијата $a_n = a_{2n} + a_{2n+1}$ за секој природен број n. Нека $r = 2026^{2026}$, докажи дека

$$\frac{1}{r} \leq a_r \leq \frac{2}{r+1}.$$

Задача 5. Нека ABC е остроаголен триаголник таков што $AC > AB$. Нека ω биде опишаната кружница на ABC, а O нејзиниот центар. Нека K биде пресекот на тангентите на ω во B и C. Опишаната кружница на ABK ја сече правата BC повторно во $Z \neq B$. Нека L биде средината на KZ. Нека X биде пресекот на правите KZ и AB. Нека V е точка на опишаната кружница на ABL која се наоѓа на истата страна од правата BC како и A, притоа OV да биде нормална на KZ. Докажи дека LV е нормална на CX.

Задача 6. Нека p е прост број и нека n е природен број таков што p **не** е делител на n. Со k го обележуваме бројот на позитивни делители на n, а со $1 = d_1 < d_2 < \cdots < d_k = n$ ги означуваме делителите на n. За секој $i = 1, 2, \ldots, k$, го дефинираме c_i како бројот на позитивни делители, ℓ, на d_i^2 за кои p е делител на $d_i - \ell$. Докажи дека:

$$(p-1)(c_1 + c_2 + \cdots + c_k) \geq k^2.$$