2026 m. balandžio 12 d., sekmadienis

4 uždavinys. Duota, kad $1 = a_1 \geq a_2 \geq a_3 \geq \cdots$ yra tokia begalinė realiųjų skaičių seka, kad $a_n = a_{2n} + a_{2n+1}$ visiems teigiamiems sveikiesiems n. Jei $r = 2026^{2026}$, įrodykite, kad

$$\frac{1}{r} \leq a_r \leq \frac{2}{r+1}.$$

5 uždavinys. Duotas smailusis trikampis ABC, kuriame $AC > AB$. Tegu ω yra apie jį apibrėžtas apskritimas, O - to apskritimo centras. Taškas K yra ω liestinių taškuose B ir C susikirtimo taškas. Apskritimas, apibrėžtas apie ABK, dar kartą kerta tiesę BC taške $Z \neq B$. Taškas L yra KZ vidurio taškas. Taškas X yra tiesių KZ ir AB susikirtimo taškas. Taškas V yra ant apie ABL apibrėžto apskritimo, toje pačioje BC pusėje, kaip A ir tiesė OV statmena tiesei KZ. Įrodykite, kad tiesė LV yra statmena tiesei CX.

6 uždavinys. Žinoma, kad p yra pirminis skaičius, o n yra teigiamas sveikasis, kuris **ne**sidalina iš p. Skaičius k yra n teigiamų daliklių skaičius, o $1 = d_1 < d_2 < \cdots < d_k = n$ yra teigiami n dalikliai. Kiekvienam $i = 1, 2, \ldots, k$, skaičius c_i yra tokių teigiamų skaičiaus d_i^2 daliklių ℓ, kad $d_i - \ell$ nesidalina iš p, skaičius. Įrodykite, kad

$$(p-1)(c_1 + c_2 + \cdots + c_k) \geq k^2.$$

Darbo trukmė: 4 val. 30 min.
Kiekvieno uždavinio vertė yra 7 taškai