



Language: Indonesian

Day: 2

Minggu, 12 April 2026

Soal 4. Misalkan $1 = a_1 \geq a_2 \geq a_3 \geq \dots$ suatu barisan takhingga dari bilangan real sedemikian sehingga $a_n = a_{2n} + a_{2n+1}$ untuk semua bilangan bulat positif n . Untuk $r = 2026^{2026}$, buktikan bahwa

$$\frac{1}{r} \leq a_r \leq \frac{2}{r+1}.$$

Soal 5. Misalkan ABC suatu segitiga lancip dengan $AC > AB$. Nyatakan dengan ω lingkaran luarnya dengan O sebagai pusatnya. Misalkan K merupakan perpotongan dari garis singgung terhadap ω di B dan di C . Lingkaran ABK memotong garis BC lagi di $Z \neq B$. Misalkan L merupakan titik tengah KZ . Misalkan X merupakan perpotongan garis KZ dan garis AB . Misalkan V merupakan satu-satunya titik pada lingkaran ABL pada sisi yang sama terhadap BC sebagaimana A sedemikian sehingga OV tegak lurus terhadap KZ . Buktikan bahwa LV tegak lurus terhadap CX .

Soal 6. Misalkan p suatu bilangan prima and n suatu bilangan bulat positif sehingga p **tidak habis** membagi n . Nyatakan dengan k banyaknya bilangan bulat positif yang membagi n , dan dengan $1 = d_1 < d_2 < \dots < d_k = n$ pembagi positif dari n . Untuk $i = 1, 2, \dots, k$, misalkan c_i menyatakan banyaknya bilangan bulat positif ℓ yang membagi d_i^2 sehingga $d_i - \ell$ habis dibagi p . Buktikan bahwa

$$(p-1)(c_1 + c_2 + \dots + c_k) \geq k^2.$$