Language: **Georgian**

Day: **2**

კვირა, 12 აპრილი, 2026

ამოცანა 4. მოცემულია $1 = a_1 \geq a_2 \geq a_3 \geq \cdots$ ნამდვილ რიცხვთა უსასრულო მიმდევრობა, რომლისთვისაც სრულდება ტოლობა $a_n = a_{2n} + a_{2n+1}$ ნებისმიერი დადებითი მთელი n-თვის. ვთქვათ, $r = 2026^{2026}$. აჩვენეთ, რომ

$$\frac{1}{r} \leq a_r \leq \frac{2}{r+1}.$$

ამოცანა 5. მოცემულია ABC მახვილკუთხა სამკუთხედი, რომელშიც $AC > AB$. ω-თი აღვნიშნოთ ამ სამკუთხედზე შემოხაზული წრეწირი, ხოლო O-თი – ω-ს ცენტრი. B და C წერტილებზე გამავალი ω წრეწირის მხებები იკვეთებიან K წერტილში. ABK სამკუთხედზე შემოხაზული წრეწირი BC წრფეს მეორედ კვეთს $Z \neq B$ წერტილში. L არის KZ-ის შუაწერტილი. X იყოს KZ და AB წრფეების გადაკვეთის წერტილი. V წერტილი მდებარეობს ABL სამკუთხედზე შემოხაზულ წრეწირზე (BC გვერდის იმავე მხარეს, რომელ მხარესაც არის A წერტილი) ისე, რომ OV მართობულია KZ-ის. დაამტკიცეთ, რომ LV მართობულია CX-ის.

ამოცანა 6. მოცემულია მარტივი რიცხვი p. n არის ისეთი დადებითი მთელი რიცხვი, რომ p **არ** ყოფს n-ს. k-თი აღვნიშნოთ n-ის დადებით გამყოფთა რაოდენობა. $1 = d_1 < d_2 < \cdots < d_k = n$ არიან n-ის დადებითი გამყოფები. $i = 1,2,\ldots,k$-თვის c_i აღნიშნავს რაოდენობას d_i^2-ის ისეთი დადებითი ℓ გამყოფებისა, რომელთათვისაც $d_i - \ell$ იყოფა p-ზე. აჩვენეთ, რომ

$$(p-1)(c_1 + c_2 + \cdots + c_k) \geq k^2.$$

Language: Georgian

დრო: 4 საათი და 30 წუთი

თითოეული ამოცანა ფასდება 7 ქულით