Zondag 12 april 2026

Opgave 4. Zij $1 = a_1 \geq a_2 \geq a_3 \geq \cdots$ een oneindige rij van reële getallen zo dat $a_n = a_{2n} + a_{2n+1}$ voor alle positieve gehele getallen n. Bewijs, voor $r = 2026^{2026}$, dat

$$\frac{1}{r} \leq a_r \leq \frac{2}{r+1}.$$

Opgave 5. Zij $\triangle ABC$ een scherphoekige driehoek met $|AC| > |AB|$. Zij ω de omgeschreven cirkel van $\triangle ABC$, met O het middelpunt van de omgeschreven cirkel. Zij K het snijpunt van de raaklijnen aan ω in B en C. De omgeschreven cirkel van $\triangle ABK$ snijdt de lijn BC nogmaals in $Z \neq B$. Zij L het midden van het lijnstuk KZ. Zij X het snijpunt van de lijnen KZ en AB. Zij V het punt op de omgeschreven cirkel van $\triangle ABL$ aan dezelfde kant van BC als A zo dat OV loodrecht op KZ staat. Bewijs dat LV loodrecht op CX staat.

Opgave 6. Zij p een priemgetal en zij n een positief geheel getal zo dat p **geen** deler is van n. Zij k het aantal positieve delers van n en zij $1 = d_1 < d_2 < \cdots < d_k = n$ deze positieve delers van n. Voor $i = 1, 2, \ldots, k$, zij c_i het aantal positieve delers ℓ van d_i^2 waarvoor geldt dat $d_i - \ell$ deelbaar is door p. Bewijs dat

$$(p-1)\,(c_1 + c_2 + \cdots + c_k) \geq k^2.$$

Tijdsduur: 4 uur en 30 minuten
Elke opgave is 7 punten waard.