Language: **Danish**

Day: **2**

Søndag d. 12. april 2026

Opgave 4. Lad $1 = a_1 \geq a_2 \geq a_3 \geq \cdots$ være en uendelig følge af reelle tal sådan at $a_n = a_{2n} + a_{2n+1}$ for alle positve hele tal n. Lad $r = 2026^{2026}$. Vis at

$$\frac{1}{r} \leq a_r \leq \frac{2}{r+1}.$$

Opgave 5. Lad ABC være en spidsvinklet trekant hvor $|AC| > |AB|$. Kald trekantens omskrevne cirkel for ω og centrum for ω for O. Lad K være skæringen mellem tangenterne til ω i punkterne B og C. Cirklen som går gennem A, B og K skærer linjen BC igen i $Z \neq B$. Lad L være midtpunktet af linjestykket KZ. Lad X være skæringspunktet mellem linjerne KZ og AB. Lad V være punktet på cirklen gennem A, B og L, sådan OV står vinkelret på linje KZ, og sådan at A og V er på samme side af linje BC. Vis at LV står vinkelret på CX.

Opgave 6. Lad p være et primtal og lad n være et positivt heltal sådan at p **ikke** deler n. Lad k være antallet af positive divisorer i n, og lad $1 = d_1 < d_2 \cdots < d_k = n$ være disse divisorer i n. For $i = 1, 2, \ldots, k$ lad c_i være antallet af positive divisorer ℓ i d_i^2 sådan at $d_i - \ell$ er delelig med p. Vis at

$$(p-1)(c_1 + c_2 + \cdots + c_k) \geq k^2.$$