



Language: Croatian

Day: 2

nedjelja, 12. travnja 2026.

Zadatak 4. Neka je $1 = a_1 \geq a_2 \geq a_3 \geq \dots$ beskonačan niz realnih brojeva takav da za svaki prirodni broj n vrijedi $a_n = a_{2n} + a_{2n+1}$. Za $r = 2026^{2026}$ dokaži da vrijedi

$$\frac{1}{r} \leq a_r \leq \frac{2}{r+1}.$$

Zadatak 5. U šiljastokutnom trokutu ABC vrijedi $|AC| > |AB|$. Neka je ω tom trokutu opisana kružnica i O njezino središte. Neka je K sjecište tangenti na kružnicu ω u točkama B i C . Kružnica opisana trokutu ABK siječe pravac BC drugi put u točki $Z \neq B$. Neka je L polovište dužine \overline{KZ} , a X sjecište pravaca KZ i AB . Neka je V točka na kružnici opisanoj trokutu ABL sa iste strane pravca BC kao i točka A takva da su pravci OV i KZ okomiti. Dokaži da su pravci LV i CX okomiti.

Zadatak 6. Dan je prost broj p i prirodni broj n takav da p **ne** dijeli n . Neka je k broj pozitivnih djeljitelja broja n , te neka su $1 = d_1 < d_2 < \dots < d_k = n$ pozitivni djeljitelji broja n . Za $i = 1, 2, \dots, k$, neka je c_i broj pozitivnih djeljitelja ℓ broja d_i^2 takvih da je $d_i - \ell$ djeljiv brojem p . Dokaži da vrijedi

$$(p-1)(c_1 + c_2 + \dots + c_k) \geq k^2.$$