Language: **Arabic (Tunisian)**

Day: 2

Sunday, April 12, 2026

السؤال الرابع:

لتكن $1 = a_1 \geq a_2 \geq a_3 \geq \cdots$ متتالية لانهائية من الأعداد الحقيقية بحيث $a_n = a_{2n} + a_{2n+1}$ لكل الأعداد الصحيحة الموجبة قطعا n. إذا كان $r = 2026^{2026}$، أثبت أن:

$$\frac{1}{r} \leq a_r \leq \frac{2}{r+1}.$$

السؤال الخامس:

ليكن ABC مثلث حاد الزوايا بحيث $AC > AB$. لتكن ω هي دائرته المحيطة ومركزها O. لتكن K هي تقاطع المماسين للدائرة ω في B و C. الدائرة المحيطة بالمثلث ABK تقطع المستقيم BC مرة أخرى في $Z \neq B$.

لتكن L منتصف قطعة المستقيم KZ. لتكن X تقاطع المستقيمين KZ و AB.

لتكن V نقطة على الدائرة المحيطة بالمثلث ABL في نفس جهة A بالنسبة للمستقيم BC بحيث OV عمودي على KZ.

أثبت أن LV عمودي على CX.

السؤال السادس:

ليكن p عددا أوليا وليكن n عددا صحيحا موجبا قطعا بحيث p لا يقسم n.

لتكن k عدد القواسم الموجبة لـ n، ولتكن $1 = d_1 < d_2 < \cdots < d_k = n$ هي القواسم الموجبة للعدد n.

لكل $i = 1, 2, \dots, k$، لتكن c_i هي عدد القواسم الموجبة l لـ d_i^2 بحيث $d_i - l$ يقبل القسمة على p. أثبت أن:

$$(p-1)(c_1 + c_2 + \cdots + c_k) \geq k^2.$$

Language: Tunisia Arabic

Time: 4 hours and 30 minutes
Each problem is worth 7 points