Language: **Albanian (Kosovo)**

Day: **2**

E diel, 12 Prill 2026

Problemi 4. Le të jetë $1 = a_1 \geq a_2 \geq a_3 \geq \cdots$ një varg i pafundëm i numrave realë i tillë që $a_n = a_{2n} + a_{2n+1}$ për çdo numër natyror n. Për $r = 2026^{2026}$, vërtetoni se

$$\frac{1}{r} \leq a_r \leq \frac{2}{r+1}.$$

Problemi 5. Le të jetë ABC një trekëndësh këndngushtë ku $AC > AB$. Shënojmë me ω rrethin e jashtëshkruar të tij dhe me O qendrën e këtij rrethi. Le të jetë K pikëprerja e tangjenteve të ω në B dhe C. Rrethi i jashtëshkruar i ABK pret drejtëzën BC përsëri në $Z \neq B$. Le të jetë L mesi i KZ. Le të jetë X pikëprerja e drejtëzave KZ dhe AB. Le të jetë V pika në rrethin e jashtëshkruar të ABL në të njëjtën anë ndaj brinjës BC me A e tillë që OV është normale në KZ. Vërtetoni se LV është normale në CX.

Problemi 6. Le të jetë p një numër i thjeshtë dhe le të jetë n një numër natyror i tillë që n **nuk** plotpjesëtohet me p. Shënojmë me k numrin e pjesëtuesve pozitivë të n, dhe me $1 = d_1 < d_2 < \cdots < d_k = n$ pjesëtuesit pozitivë të n. Për $i = 1, 2, \ldots, k$, le të jetë c_i numri i pjesëtuesve pozitivë ℓ të d_i^2 të tillë që $d_i - \ell$ plotpjesëtohet me p. Vërtetoni se

$$(p-1)\left(c_1 + c_2 + \cdots + c_k\right) \geq k^2.$$

Koha: 4 orë e 30 minuta
Çdo problem vlen 7 pikë.