



Language: **Uzbek**

Day: **1**

2026-yil, 11-Aprel, Shanba

**1-Masala.** Agar  $2026 \times 2026$  katakli doskadagi  $2026^2$  ta kataklarning kamida bittasi qizil rangga bo'yalgan bo'lsa, u holda bu doska *Bordo doskasi* deyiladi. Kataklardan iborat to'g'ri-to'rtburchak toq sondagi qizil kataklarni o'z ichiga olsa, uni *toq-to'g'ri-to'rtburchak* deb ataymiz.  $M$  natural sonining eng katta qiymatini topingki, bunda mumkin bo'lgan har bir  $2026 \times 2026$  Bordo doskasida kamida  $M$  ta katakdan iborat bo'lgan toq-to'g'ri-to'rtburchak mavjud bo'lsin.

*Izoh:* Kataklardan iborat to'g'ri-to'rtburchakning tomonlari doskaning tomonlariga parallel bo'ladi va kvadrat ham to'g'ri-to'rtburchak hisoblanadi. Shuningdek, bu to'g'ri-to'rtburchaklar barcha ichki kataklarini o'z ichiga oladi.

**2-Masala.**  $n$  natural soni berilgan bo'lsin. Marie o'yin o'ynamoqda. Boshida doskada 1 soni yozilgan. U xohlaganicha marta  $1 \leq j \leq n$  shartni qanoatlantiruvchi  $j$  butun sonini tanlab, doskada yozilgan  $V$  sonini  $j \cdot R\left(\frac{V}{j}\right)$  soniga almashtirishi mumkin. Bu yerda,  $R(x)$  orqali  $x$  ga eng yaqin bo'lgan butun son belgilangan bo'lib, agar  $x$  ikkita ketma-ket butun sonning aynan o'rtasida bo'lsa, u holda yuqoriga yaxlitlanadi. Masalan,  $R(1, 3) = 1$  va  $R(1, 5) = R(1, 8) = 2$ .

- Har bir berilgan  $n$  uchun shunday natural  $B$  sonining mavjudligini isbotlangki, bunda Marie doskada hech qachon  $B$  dan katta sonni hosil qila olmaydi.
- Har qanday berilgan  $n$  uchun, chekli almashtirishlar yordamida doskada hosil qilish mumkin bo'lgan eng katta son  $f(n)$  bo'lsin. Shunday  $N$  natural sonining mavjudligini isbotlangki, bunda barcha  $n \geq N$  lar uchun  $f(n)$  soni 2026 ga bo'linadi.

**3-Masala.**  $\mathbb{R}$  haqiqiy sonlar to'plami bo'lsin. Barcha haqiqiy  $x, y$  lar uchun

$$f((f(x) + f(y))^2) = (x + y)f(x + y)$$

shartni qanoatlantiruvchi barcha  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  funksiyalarni toping.