



Language: **Latvian**

Day: **1**

Sestdiena, 2026.gada 11.aprīlis

1.uzdevums. Laukumu ar izmēru 2026×2026 sauc par *bordo*, ja vismaz viens no tā 2026^2 lauciņiem ir sarkanā krāsā. Lauciņu veidoto taisnstūrveida apgabalu sauc par *nepāra taisnstūrveida*, ja tas sastāv no nepāra skaita sarkanu lauciņu. Noteikt lielāko naturālo skaitli M , kuram katrā iespējamā 2026×2026 bordo laukumā eksistē nepāra taisnstūrveida apgabals ar vismaz M lauciņiem.

Piezīme: Taisnstūrveida apgabala malas ir paralēlas laukuma malām un ietilpts tajā pilnībā.

2.uzdevums. Pie dota naturāla skaitļa n Marija spēlē spēli, kuras sākumā uz tāfeles ir uzrakstīts skaitlis 1. Tik reižu, cik viņa vēlas, viņa var izvēlēties veselu skaitli j , ka $1 \leq j \leq n$, un aizstāt uz tāfeles uzrakstīto skaitli V ar skaitli $j \cdot R\left(\frac{V}{j}\right)$. Ar $R(x)$ tiek apzīmēts tuvākais veselais skaitlis skaitlim x ; ja x ir tieši pa vidu starp diviem sekojošiem veseliem skaitļiem, tas tiek noapaļots uz augšu. Piemēram, $R(1.3) = 1$ un $R(1.5) = R(1.8) = 2$.

- Pierādīt, ka katram n eksistē tāds naturāls skaitlis B , par kuru lielāku skaitli Marija nekad nevar iegūt uz tāfeles.
- Katram n lielākais skaitlis, kuru iespējams uzrakstīt uz tāfeles pēc galīga skaita reižu, ir $f(n)$. Pierādīt, ka eksistē tāds naturāls skaitlis N , kur visiem $n \geq N$ skaitlis $f(n)$ dalās ar 2026.

3.uzdevums. Dots, ka \mathbb{R} ir reālu skaitļu kopa. Atrast visas tādas funkcijas $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, ka visiem reāliem skaitļiem x, y izpildās sekojošais:

$$f((f(x) + f(y))^2) = (x + y)f(x + y).$$