



Понеділок, 14 квітня, 2025

Задача 4. Нехай ABC – гострокутний трикутник з центром вписаного кола у точці I і $AB \neq AC$. Прямі BI та CI перетинають описане коло трикутника ABC в точках $P \neq B$ та $Q \neq C$ відповідно. Розглянемо такі точки R та S , що $AQRB$ та $ACSP$ – паралелограми (тобто $AQ \parallel RB$, $AB \parallel QR$, $AC \parallel SP$, та $AP \parallel CS$). Прямі RB та SC перетинаються у точці T . Доведіть, що точки R , S , T та I лежать на одному колі.

Задача 5. Задано ціле число $n > 1$. У конфігурації дошки $n \times n$, кожна з n^2 клітинок містить стрілку, направлену вгору, вниз, ліворуч або праворуч. Для заданої конфігурації равлик Турбо починає свою подорож з однієї з клітинок дошки і подорожує клітинками. Під час кожного кроку Турбо рухається на одну клітинку у напрямку, вказаному стрілкою у її теперешній клітинці (можливо, виходячи за межі дошки). Після кожного кроку стрілки в усіх клітинках повертаються на 90° проти годинникової стрілки. Назвемо клітинку *гарною*, якщо, стартуючи з неї, Турбо відвідає кожен клітинку дошки рівно один раз, не виходячи за межі дошки, і в кінці повернеться до початкової клітинки. Визначте, в залежності від n , максимальну кількість гарних клітинок серед усіх можливих початкових конфігурацій.

Задача 6. У кожній комірці дошки 2025×2025 записано дійсне невід'ємне число так, що сума чисел у кожному рядку дорівнює 1, і сума чисел у кожному стовпчику також дорівнює 1. Через r_i позначимо найбільше число у рядку i , і нехай $R = r_1 + r_2 + \dots + r_{2025}$. Аналогічно, через c_i позначимо найбільше число у стовпчику i , і нехай $C = c_1 + c_2 + \dots + c_{2025}$. Якого найбільшого значення може набувати вираз $\frac{R}{C}$?