



Понедельник, 14 апреля 2025 года

**Задача 4.** Точка  $I$  — центр вписанной окружности остроугольного треугольника  $ABC$  ( $AB \neq AC$ ). Прямые  $BI$  и  $CI$  пересекают описанную окружность треугольника  $ABC$  повторно в точках  $P \neq B$  и  $Q \neq C$  соответственно. Рассмотрим точки  $R$  и  $S$  такие, что четырёхугольники  $AQRB$  и  $ACSP$  являются параллелограммами (где  $AQ \parallel RB$ ,  $AB \parallel QR$ ,  $AC \parallel SP$ , и  $AP \parallel CS$ ). Пусть  $T$  — точка пересечения прямых  $RB$  и  $SC$ . Докажите, что точки  $R$ ,  $S$ ,  $T$  и  $I$  лежат на одной окружности.

**Задача 5.** Пусть  $n > 1$  — целое число. В конфигурации доски размера  $n \times n$  каждая из  $n^2$  клеток содержит стрелку, направленную вверх, вниз, влево или вправо. Дана начальная конфигурация, и улитка Турбо начинает своё движение из одной из клеток доски, переходя из клетки в клетку. На каждом ходу Турбо перемещается на одну клетку в направлении, указанном стрелкой в её текущей клетке (возможно, покидая пределы доски). После каждого хода Турбо стрелки во всех клетках поворачиваются на  $90^\circ$  против часовой стрелки. Назовём клетку *хорошей*, если начиная из этой клетки, Турбо посещает каждую клетку доски ровно один раз, не покидая её, и возвращается в исходную клетку в конце. Найдите, в зависимости от  $n$ , наибольшее количество хороших клеток среди всех возможных начальных конфигураций.

**Задача 6.** В каждой клетке таблицы  $2025 \times 2025$  записано неотрицательное вещественное число так, что сумма чисел в каждой строке равна 1, и сумма чисел в каждом столбце также равна 1. Обозначим через  $r_i$  наибольшее число в строке с номером  $i$ , и через  $R = r_1 + r_2 + \dots + r_{2025}$ . Обозначим через  $c_i$  наибольшее число в столбце с номером  $i$ , и через  $C = c_1 + c_2 + \dots + c_{2025}$ .

Найдите наибольшее возможное значение выражения  $\frac{R}{C}$ .