



Понеделник, Април 14, 2025

Задача 4. Нека  $ABC$  е остроаголен триаголник со центар на впишана кружница  $I$  и  $AB \neq AC$ . Нека правите  $BI$  и  $CI$  ја сечат опишаната кружница околу триаголникот  $ABC$  во  $P \neq B$  и  $Q \neq C$ , соодветно. Точките  $R$  и  $S$  се такви што  $AQRB$  и  $ACSP$  се паралелограми (со  $AQ \parallel RB$ ,  $AB \parallel QR$ ,  $AC \parallel SP$ , и  $AP \parallel CS$ ). Нека  $T$  е пресечната точка на правите  $RB$  и  $SC$ . Докажи дека  $R$ ,  $S$ ,  $T$ , и  $I$  лежат на иста кружница.

Задача 5. Нека  $n > 1$  е природен број. Во конфигурација на табла со димензии  $n \times n$ , секое од  $n^2$  полиња содржи стрелка, која покажува, горе, долу, лево, или десно. За дадената почетната конфигурација, полжавот Турбо започнува во едно од полињата на таблата и се движи од поле во поле. Во секој потег, Турбо се поместува за едно поле во насока која ја покажува стрелката на полето во кое се наоѓа (притоа може и да излезе и надвор од таблата). После секој потег, стрелките во сите полиња се ротираат за  $90^\circ$  во обратна насока од стрелките на часовникот. Полето го нарекуваме добро ако, почнувајќи од тоа поле, Турбо поминал низ секое поле од таблата точно еднаш, без да ја напушти таблата, и се враќа во почетното поле. Одреди го, во однос на  $n$ , максималниот број од добри полиња во однос на сите можни почетни конфигурации.

Задача 6. Во секое поле од  $2025 \times 2025$  табла, се запишува ненегативен реален број, на таков начин што збирот на броевите во секоја редица е еднаков на  $1$ , и збирот на броевите во секоја колона е  $1$ . Дефинираме  $r_i$  да биде најголемата вредност во  $i$ -тата редица, и нека  $R = r_1 + r_2 + \dots + r_{2025}$ . Слично, дефинираме  $c_i$  да биде најголемата вредност во  $i$ -тата колона, и нека  $C = c_1 + c_2 + \dots + c_{2025}$ .

Која е најголемата можна вредност на  $\frac{R}{C}$ ?