



Pirmadienis, Balandžio 14, 2025

Uždavinys 4. Tegul ABC smailisus trikampis, kurio įbrėžtinio apskritimo centras I , bei $AB \neq AC$. Tegul tiesės BI ir CI kerta trikampio ABC apibrėžtinį apskritimą taškuose $P \neq B$ ir $Q \neq C$ atitinkamai. Pažymėkime taškus R ir S taip, kad $AQRB$ ir $ACSP$ yra lygiagretainiai (kuriems $AQ \parallel RB$, $AB \parallel QR$, $AC \parallel SP$, ir $AP \parallel CS$). Tegul T yra tiesių RB ir SC susikirtimo taškas. Įrodykite, jog R , S , T , ir I priklauso vienam apskritimui.

Uždavinys 5. Tegul $n > 1$ sveikasis skaičius. Kvadratinės $n \times n$ dydžio lentelės *konfigūracijoje* kiekviename iš n^2 langelių yra rodyklė, nukreipta arba į viršų, arba į apačią, arba į kairę, arba į dešinę. Duotoje pradinėje konfigūracijoje, sraigė Turbo pradeda viename lentelės langelių ir tada juda iš langelio į langelį. Kiekvienu ėjimu Turbo pajuda vieną langelį krypti nurodyta rodyklės jos langelyje (taip galimai užeidama už lentelės krašto). Po kiekvieno jos ėjimo, rodyklės visuose langeliuose pasisuka 90° prieš laikrodžio rodyklę. Vadinsime langelį *geru* jei, pradėdama nuo to langelio, Turbo aplanko kiekvieną lentelės langelį lygiai vieną kartą neužeidama už lentelės krašto, ir pabaigoje grįžta į savo pradinį langelį. Nustatykite, n atžvilgiu, per visas konfigūracijas, kiek daugiausiai gali būti gerų langelių konfigūracijoje.

Uždavinys 6. Kiekviename 2025×2025 lentelės langelyje yra įrašyta po neneigiamą realųjį skaičių, tokiu būdu, kad kiekvienoje eilutėje skaičių suma lygi 1, ir kiekviename stulpelyje skaičių suma lygi 1. Apibrėžkime r_i kaip didžiausią reikšmę i -tojoje eilutėje, ir tada $R = r_1 + r_2 + \dots + r_{2025}$. Analogiškai, apibrėžkime c_i kaip didžiausią reikšmę i -tajame stulpelyje, ir tada $C = c_1 + c_2 + \dots + c_{2025}$. Kokia yra didžiausia įmanoma reikšmė $\frac{R}{C}$?