



יום שני, 14 באפריל, 2025

שאלה 4. נתון משולש ABC חד זוויות, עם $AB \neq AC$ ומרכז המעגל החסום I . הישרים BI ו- CI פוגשים את המעגל החוסם של ABC בנקודות $P \neq B$ ו- $Q \neq C$, בהתאמה. נתונות נקודות R ו- S כך ש- $AQRB$ ו- $ACSP$ הן מקביליות ($AQ \parallel RB, AB \parallel QR, AC \parallel SP, AP \parallel CS$). נסמן ב- T את נקודת המפגש של הישרים BR ו- SC . הוכיחו שהנקודות T, S, R על מעגל אחד.

שאלה 5. נתון $n > 1$ שלם חיובי. בקונפיגורציה של לוח $n \times n$ כל אחד מ- n^2 התאים מכיל חץ אשר מצביע למעלה, למטה, ימינה או שמאלה. בהינתן קונפיגורציה התחלתית, טורבו החילזון מתחילה באחד התאים וזוה מתא לתא. בכל מהלך, טורבו זזה תא אחד בכיוון החץ של התא שלה (היא עשויה לצאת מהלוח). לאחר כל מהלך, כל החיצים בלוח מסתובבים ב-90 מעלות נגד כיוון השעון בתוך התא שלהם. טורבו רוצה לבקר בכל התאים פעם אחת בדיוק, בלי לעזוב את הלוח, ולחזור לתא המקורי. נקרא לתא טוב אם טורבו משיגה את מטרתה כשהיא מתחילה בו. קבעו, במונחים של n , את הכמות המקסימלית של תאים טובים בלוח על פני כל הקונפיגורציות ההתחלתיות.

שאלה 6. בכל תא בלוח 2025×2025 נכתב מספר ממשי אי שלילי, כך שהסכום של המספרים בכל שורה והסכום בכל עמודה שווים ל-1. נסמן ב- r_i את המספר הגדול ביותר בשורה i , ונסמן ב- R את $r_1 + r_2 + \dots + r_{2025}$. נסמן ב- c_i את המספר הגדול ביותר בעמודה i ונסמן ב- C את $c_1 + c_2 + \dots + c_{2025}$. מה הערך הגדול ביותר האפשרי של $\frac{R}{C}$?