



Maanantai, 14. huhtikuuta 2025

Tehtävä 4. Olkoon ABC teräväkulmainen kolmio, jonka sisään piirretyn ympyrän keskipiste on I , ja $AB \neq AC$. Leikatkaa suorat BI ja CI kolmion ABC ympärysympyrän pisteissä $P \neq B$ ja $Q \neq C$ vastaavasti. Tarkastellaan pisteitä R ja S , joille $AQRB$ ja $ACSP$ ovat suunnikkaita (eli $AQ \parallel RB$, $AB \parallel QR$, $AC \parallel SP$ ja $AP \parallel CS$). Olkoon T suorien RB ja SC leikkauspiste. Osoita, että pisteet R , S , T , ja I sijaitsevat samalla ympyrällä.

Tehtävä 5. Olkoon $n > 1$ kokonaisluku. Asetelmassa $n \times n$ laudalla jokaisessa n^2 ruudussa on nuoli, joka osoittaa joko ylös, alas, vasemmalle tai oikealle. Annetussa asetelmassa Turbo-etana aloittaa yhdestä laudan ruudusta ja kulkee ruudusta toiseen. Jokaisella siirrolla Turbo siirtyy yhden ruudun siihen suuntaan, mihin Turbon tämän hetkisen ruudun nuoli osoittaa (mahdollisesti poistuen laudalta). Jokaisen siirron jälkeen jokaisessa ruudussa oleva nuoli kääntyy 90° vastapäivään. Sanomme, että ruutu on *hyvä*, jos siitä ruudusta aloittaessaan Turbo käy kaikissa ruuduissa täsmälleen kerran, poistumatta laudalta ja palaa lopuksi aloitusruutuunsa. Määritä suhteessa laudan kokoon n suurin hyvien ruutujen määrä, joka saavutetaan jossakin mahdollisessa asetelmassa.

Tehtävä 6. Jokaiseen ruutuun 2025×2025 ruudukossa on kirjoitettu epänegatiivinen reaaliluku siten, että jokaisen rivin summa on täsmälleen 1, ja jokaisen sarakkeen summa on täsmälleen 1. Määritellään r_i olemaan suurin arvo rivillä i , ja olkoon $R = r_1 + r_2 + \dots + r_{2025}$. Vastaavasti määritellään c_i olemaan suurin arvo sarakkeessa i , ja olkoon $C = c_1 + c_2 + \dots + c_{2025}$. Mikä on suurin mahdollinen arvo lausekkeelle $\frac{R}{C}$?