



Monday, April 14, 2025

المسألة 4. ليكن ABC مثلث حاد الزوايا، فيه $AB \neq AC$ ومركزه الداخلي I . ليكن المستقيمان BI و CI يقطعان الدائرة المحيطة بـ ABC عند النقطتين $P \neq B$ و $Q \neq C$ تواليًا. اعتبر أن النقطتين R و S تكونان متوازيي الأضلاع $AQRB$ و $ACSP$ (حيث $AQ \parallel RB$ ، $AB \parallel QR$ ، $AC \parallel SP$ ، $AP \parallel CS$). لتكن T نقطة تقاطع المستقيمين RB و SC . أثبت أن النقاط R و S و T و I على دائرة واحدة.

المسألة 5. ليكن $n > 1$ عددًا صحيحًا. في وضعية لشبكة من $n \times n$ خلية، تحتوي كل خلية من الخلايا الـ n^2 على سهم، إما أن يشير لأعلى أو لأسفل أو لليسر أو لليمين. في وضع ابتدائي، تبدأ الحلزونة توربو من إحدى خلايا الشبكة وتنتقل من خلية إلى أخرى. في كل حركة، تتحرك توربو للخلية المجاورة في الاتجاه الذي يشير إليه السهم في خليتها (وربما تغادر الشبكة). بعد كل حركة، تدور الأسهم في جميع الخلايا 90° عكس اتجاه عقارب الساعة. يقال أن الخلية جيدة إذا انطلقت توربو من تلك الخلية وزارت كل خلية من خلايا الشبكة مرة واحدة بالضبط، دون مغادرة الشبكة، وعادت إلى خلية الانطلاق في النهاية. من بين جميع الوضعيات الابتدائية الممكنة للشبكة، أوجد أقصى عدد من الخلايا الجيدة بدلالة n .

المسألة 6. في كل خلية من شبكة أبعادها 2025×2025 ، كُتب عدد حقيقي غير سالب، بحيث يكون مجموع الأعداد في كل صف ومجموع الأعداد في كل عمود يساوي 1 . عرّف I_i بأنه أكبر قيمة في الصف i وليكن $R = I_1 + I_2 + \dots + I_{2025}$. وبالمثل، عرّف C_i بأنه أكبر قيمة في العمود i ، وليكن $C = C_1 + C_2 + \dots + C_{2025}$. ما أكبر قيمة ممكنة لـ $\frac{R}{C}$ ؟

Language: Arabic