



EGMO 2025
European Girls'
Mathematical Olympiad
KOSOVA

Language: **Turkish**

Day: **1**

Pazar, 13 Nisan, 2025

Soru 1. N pozitif tam sayısı için, N den küçük ve N ile aralarında asal olan tüm pozitif tam sayılar $c_1 < c_2 < \dots < c_m$ olsun. Her $1 \leq i \leq m - 1$ için

$$\text{ebob}(N, c_i + c_{i+1}) \neq 1$$

koşulunu sağlayan tüm $N \geq 3$ pozitif tam sayılarını bulunuz.

ebob(a, b) ile a ve b sayılarının ikisini de bölen en büyük tam sayı gösterilmektedir.

Soru 2. Artan ve sonsuz bir $a_1 < a_2 < a_3 < \dots$ pozitif tam sayı dizisinde, her n pozitif tam sayısı için ilk a_n terimin aritmetik ortalaması a_n sayısına eşitse bu diziye *iyi* diyelim.

Öyle bir sonsuz b_1, b_2, b_3, \dots pozitif tam sayı dizisi olduğunu gösteriniz ki, herhangi bir a_1, a_2, a_3, \dots iyi dizisi verildiğinde $a_n = b_n$ koşulunu sağlayan sonsuz çoklukta n pozitif tam sayısı bulunur.

Soru 3. ABC dar açılı bir üçgen olsun. B, D, E, C noktaları aynı doğru üzerinde bu sırayla yer alan ve $|BD| = |DE| = |EC|$ koşulunu sağlayan noktalar olsun. M ve N noktaları sırasıyla AD ve AE doğru parçalarının orta noktaları olsun. ADE üçgeninin dar açılı olduğunu varsayalım ve bu üçgenin diklik merkezi H olsun. P ve Q noktaları sırasıyla BM ve CN doğruları üzerinde; D, H, M, P noktaları birbirinden farklı ve çemberdeş olacak şekilde ve E, H, N, Q noktaları birbirinden farklı ve çemberdeş olacak şekilde alınıyor. P, Q, N, M noktalarının çemberdeş olduğunu gösteriniz.

Language: Türkçe

Süre: 4 saat ve 30 dakika
Her soru 7 puan değerindedir.