



EGMO 2025
European Girls'
Mathematical Olympiad
KOSOVA

Language: **Mongolian**

Day: **1**

2025 оны 4 сарын 13, Ням

Бодлого 1. Натурал N тооноос бага, N -тэй харилцан анхны бүх натурал тоог $c_1 < c_2 < \dots < c_m$ гэе. Дурын $1 \leq i \leq m - 1$ дугаарын хувьд

$$\text{ХИЕХ}(N, c_i + c_{i+1}) \neq 1$$

байдаг бүх $N \geq 3$ натурал тоог ол.

Энд a, b тоонуудыг хоёуланг нь хуваадаг хамгийн их натурал тоог $\text{ХИЕХ}(a, b)$ гэж тэмдэглэв. Бүхэл a, b тоонуудыг $\text{ХИЕХ}(a, b) = 1$ үед харилцан анхны гэдэг.

Бодлого 2. Эрс өсдөг $a_1 < a_2 < a_3 < \dots$ натурал тоон төгсгөлгүй дарааллыг, дурын натурал n тооны хувьд эхний a_n гишүүний арифметик дундаж a_n -тэй тэнцүү байдаг бол төвийн гэнэ. Дараах чанартай b_1, b_2, b_3, \dots натурал тоон төгсгөлгүй дараалал олдохыг батал:

Дурын a_1, a_2, a_3, \dots төвийн дарааллын хувьд $a_n = b_n$ байдаг төгсгөлгүй олон натурал n оршин байна.

Бодлого 3. ABC хурц өнцөгт гурвалжин өгөгдөв. B, D, E, C цэгүүд энэ дарааллаараа нэг шулуун дээр орших ба $BD = DE = EC$ байв. AD талын дунджийг M гээд, AE талын дунджийг N гэе. ADE гурвалжны ортотөвийг H гэе. BM шулуун дээр P цэгийг, D, H, M, P цэгүүд хос хосоороо ялгаатай ба нэг тойрог дээр оршиж байхаар авав. Мөн CN шулуун дээр Q цэгийг, E, H, N, Q цэгүүд хос хосоороо ялгаатай ба нэг тойрог дээр оршиж байхаар авав. P, Q, N, M цэгүүд нэг тойрог дээр оршино гэж батал.

Гурвалжны өндрүүдийн огтлолцлын цэгийг ортотөв гэдэг.