



*Svētdiena, 2025. gada 13.aprīlis*

**1.uzdevums.** Katram naturālam skaitlim  $N$  doti tādi naturāli skaitļi  $c_1 < c_2 < \dots < c_m$ , kas ir mazāki par  $N$  un kas ir savstarpēji pirmskaitļi ar  $N$ . Atrast visus tādus  $N \geq 3$ , kur visiem  $1 \leq i \leq m - 1$  izpildās, ka

$$\gcd(N, c_i + c_{i+1}) \neq 1.$$

*Šeit  $\gcd(a, b)$  ir lielākais kopīgais skaitļu  $a$  un  $b$  dalītājs. Naturāli skaitļi ir  $a$  un  $b$  ir savstarpēji pirmskaitļi, ja  $\gcd(a, b) = 1$ .*

**2.uzdevums.** Bezgalīgu augošu naturālu skaitļu virkni  $a_1 < a_2 < a_3 < \dots$  sauc par *centrālu*, ja katram naturālam skaitlim  $n$  pirmo  $a_n$  virknes skaitļu aritmētiskā vidējā vērtība ir vienāda ar  $a_n$ . Parādīt, ka eksistē tāda bezgalīga naturālu skaitļu virkne  $b_1, b_2, b_3, \dots$ , ka katrai centrālai virknei  $a_1, a_2, a_3, \dots$  ir bezgalīgi daudz tādu naturālu skaitļu  $n$ , ka  $a_n = b_n$ .

**3.uzdevums.** Dots šaurleņķu trijstūris  $ABC$ . Punkti atrodas uz taisnes secībā  $B, D, E$  un  $C$  un apmierina nosacījumu, ka  $BD = DE = EC$ . Uz malām  $AD$  un  $AE$  atlikti attiecīgi to viduspunkti  $M$  un  $N$ . Šaurleņķa trijstūra  $ADE$  ortocentrs ir punktā  $H$ . Uz taisnēm  $BM$  un  $CN$  atlikti attiecīgi tādi punkti  $P$  un  $Q$ , ka ap punktiem  $D, H, M$  un  $P$  var apvilkt riņķa līniju, kā arī četrstūra malas ir pa pāriem dažādas, un ap punktiem  $E, H, N$  un  $Q$  var apvilkt riņķa līniju, kā arī četrstūra malas ir pa pāriem dažādas. Pierādīt, ka ap punktiem  $P, Q, N$  un  $M$  var apvilkt riņķa līniju.

*Par ortocentru sauc trijstūra augstumu krustpunktu.*