



Language: Turkish

Day: 2

Pazar, 14 Nisan, 2024

Soru 4. Bir $a_1 < a_2 < \dots < a_n$ tam sayı dizisinde, $1 \leq i < j \leq n$ olan bir (a_i, a_j) ikilisi için $1 \leq k < \ell \leq n$ ve

$$\frac{a_\ell - a_k}{a_j - a_i} = 2$$

olacak şekilde bir (a_k, a_ℓ) ikilisi bulunuyorsa, (a_i, a_j) ikilisine *ilginç* ikili diyelim. $n \geq 3$ bir pozitif tam sayı olmak üzere, n elemanlı bir dizideki ilginç ikili sayısının alabileceği en büyük değeri bulunuz.

Soru 5. Pozitif tam sayıların kümesini \mathbb{N} ile gösterelim. Her (x, y) pozitif tam sayı ikilisi için aşağıdaki şartları sağlayan tüm $f: \mathbb{N} \rightarrow \mathbb{N}$ fonksiyonlarını bulunuz:

(i) x sayısının pozitif bölenlerinin sayısı ile $f(x)$ sayısının pozitif bölenlerinin sayısı birbirlerine eşittir.

(ii) x sayısı y sayısını bölmüyorsa ve y sayısı x sayısını bölmüyorsa

$$\text{ebob}(f(x), f(y)) > f(\text{ebob}(x, y))$$

sağlanır.

ebob(m, n) ile m ve n sayılarının ikisini de bölen en büyük pozitif tam sayı gösterilmektedir.

Soru 6. d pozitif tam sayısının hangi değerlerinde gerçel katsayılı ve derecesi d olan öyle bir P polinomu bulunur ki, $P(0), P(1), P(2), \dots, P(d^2 - d)$ sayıları arasında en fazla d farklı değer vardır?

Language: Turkish

Süre: 4 saat ve 30 dakika
Her soru 7 puan değerindedir