



Language: **Serbian**

Day: **2**

nedelja, 14.4.2024.

Zadatak 4. Za niz $a_1 < a_2 < \dots < a_n$ celih brojeva, par (a_i, a_j) , za $1 \leq i < j \leq n$, nazivamo *interesantan* ako postoji par (a_k, a_ℓ) , za $1 \leq k < \ell \leq n$, tako da

$$\frac{a_\ell - a_k}{a_j - a_i} = 2.$$

Za svako $n \geq 3$, odrediti najveći mogući broj interesantnih parova u nizu dužine n .

Zadatak 5. Označimo sa \mathbb{N} skup prirodnih brojeva. Naći sve funkcije $f: \mathbb{N} \rightarrow \mathbb{N}$ takve da sledeća dva uslova važe za svaki par prirodnih brojeva (x, y) :

- (i) Brojevi x i $f(x)$ imaju isti broj pozitivnih delilaca.
- (ii) Ako x ne deli y , i y ne deli x , onda

$$\text{nzd}(f(x), f(y)) > f(\text{nzd}(x, y)).$$

Ovde $\text{nzd}(m, n)$ označava najveći prirodan broj koji deli m i n .

Zadatak 6. Odrediti sve prirodne brojeve d za koje postoji polinom P stepena d sa realnim koeficijentima takav da se među brojevima $P(0), P(1), P(2), \dots, P(d^2 - d)$ nalazi najviše d različitih vrednosti.