



Language: **Latvian**

Day: **2**

Svētdiena, 2024.gada 14.aprīlis

4.uzdevums. Naturālu skaitļu virknes $a_1 < a_2 < \dots < a_n$ pāri (a_i, a_j) , kur $1 \leq i < j \leq n$, sauc par *interesantu*, ja eksistē tāds naturālu skaitļu pāris (a_k, a_ℓ) , kur $1 \leq k < \ell \leq n$, ka

$$\frac{a_\ell - a_k}{a_j - a_i} = 2.$$

Katram $n \geq 3$ atrast lielāko iespējamo virknes ar garumu n interesanto skaitļu pāru skaitu.

5.uzdevums. Ar \mathbb{N} apzīmēsim naturālu skaitļu kopu. Atrast visas tādas funkcijas $f: \mathbb{N} \rightarrow \mathbb{N}$, ka sekojošie nosacījumi ir patiesi visiem naturālu skaitļu pāriem (x, y) :

- (i) skaitļiem x un $f(x)$ ir viens un tas pats naturālo dalītāju skaits;
- (ii) ja skaitlis x nedala skaitli y un skaitlis y nedala skaitli x , tad

$$\gcd(f(x), f(y)) > f(\gcd(x, y)).$$

Šeit $\gcd(m, n)$ ir lielākais kopīgais skaitļu m un n dalītājs.

6.uzdevums. Atrast visus naturālos skaitļus d , kuriem eksistē tāds d -tās pakāpes polinoms P ar reāliem koeficientiem, ka lielākais dažādu vērtību skaits starp $P(0), P(1), P(2), \dots, P(d^2 - d)$ ir d .

Language: Latvian

Laiks: 4 stundas un 30 minūtes.
Par katru uzdevumu var nopelnīt līdz 7 punktiem.