



Language: Hebrew

Day: 2

יום ראשון, 14 באפריל, 2024

שאלה 4. נתונים n מספרים שלמים $a_1 < a_2 < \dots < a_n$. זוג שלמים (i, j) המקיים $1 \leq i < j \leq n$ יקרא מעניין אם קיים זוג שלמים (k, ℓ) המקיים $1 \leq k < \ell \leq n$ וגם

$$\frac{a_\ell - a_k}{a_j - a_i} = 2$$

לכל $n \geq 3$ מצאו את המספר הגדול ביותר האפשרי של זוגות מעניינים בסדרה באורך n .

שאלה 5. נסמן את \mathbb{N} את קבוצת המספרים השלמים החיוביים. מצאו את כל הפונקציות $f : \mathbb{N} \rightarrow \mathbb{N}$ כך שהתנאים הבאים מתקיימים לכל זוג שלמים חיוביים (x, y) :

- לשני המספרים x ו- $f(x)$, מספר שווה של מחלקים חיוביים.
- אם x לא מחלק את y ובנוסף y לא מחלק את x , מתקיים $\gcd(f(x), f(y)) > f(\gcd(x, y))$.

כאן $\gcd(m, n)$ הוא המספר השלם החיובי הגדול ביותר שמחלק גם את n וגם את m .

שאלה 6. מצאו את כל השלמים החיוביים d עבורו קיים פולינום P ממעלה d עם מקדמים ממשיים, כך שהמספרים $P(0), P(1), \dots, P(d^2 - d)$ מקבלים לכל היותר d ערכים שונים.

Language: Hebrew

משך הבחינה 4 שעות ו-30 דקות
כל שאלה שווה 7 נקודות